



# การคำนวณเงินกองทุนสำหรับความเสี่ยง ด้านการประกันภัยในธุรกิจการประกันวินาศภัย Computing Capital Money for Insurance Risk in the Non-Life Insurance Company

- **ครรรชิต เชื้อขำ**
- คณะพาณิชยศาสตร์และการจัดการ
- มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์ วิทยาเขตตรัง
- 
- **Khanchit Chuarkham**
- Faculty of Commerce and Management
- Prince of Songkla University, Trang Campus
- E-mail: ckhanchit@hotmail.com

## บทคัดย่อ

ปัญหาเงินกองทุนเป็นปัญหาที่บริษัทประกันวินาศภัยของประเทศไทยกำลังเผชิญอยู่ในปัจจุบัน การคำนวณเงินกองทุนมีความยุ่งยากและซับซ้อน แต่เป็นสิ่งที่ได้รับความสนใจอย่างมากจาก นักคณิตศาสตร์ประกันภัยและเป็นสิ่งจำเป็นสำหรับบริษัทประกันวินาศภัย การมีเงินกองทุนมาก จนเกินไปอาจแสดงให้เห็นว่าบริษัทมีความมั่นคงสูงก็จริง อย่างไรก็ตาม สิ่งนี้ทำให้บริษัทไม่สามารถ นำเงินดังกล่าวไปลงทุนในตลาดหุ้น อสังหาริมทรัพย์ และอื่น ๆ ได้ ซึ่งการลงทุนดังกล่าวนี้สามารถทำกำไร ให้บริษัทได้มากกว่า ดังนั้น การมีเงินกองทุนที่พอดีตามข้อกำหนดของคณะกรรมการกำกับและส่งเสริม การประกอบธุรกิจประกันภัยจึงเป็นสิ่งที่จำเป็นสำหรับบริษัทประกันวินาศภัย เป้าหมายของบทความนี้ คือ นำเสนอการคำนวณเงินกองทุนสำหรับความเสี่ยงด้านการประกันภัยจากภาวะผูกพันตามสัญญา ประกันภัยในธุรกิจการประกันวินาศภัยโดยใช้ Ruin Probability

**คำสำคัญ:** กระบวนการส่วนเกิน ความน่าจะเป็นล้มละลาย เงินกองทุน การประกันวินาศภัย

## Abstract

The capital money problem is vital to the non-life insurance company. Capital money is difficult to compute and complicated, but it gains a lot of attention from actuaries and is essential for the non-life insurance company. High capital money may present the stability of the company. However, high capital money restrains the company's opportunity to invest in the stock market, real estate and other kinds of investment, which can make higher profit. Therefore, a proper amount of capital money under the conditions of the insurance-commission is necessary for the non-life insurance company. The goal of this article is to present the methods for computing capital money for insurance risk with obligation under the insurance policy in the non-life insurance company by using ruin probability

**Keywords:** Surplus Process, Ruin Probability, Capital Money, Non-Life Insurance

## บทนำ

ธุรกิจการประกันภัย (บริษัทประกันชีวิตและบริษัทประกันวินาศภัย) เป็นธุรกิจที่กำลังได้รับความสนใจเป็นอย่างมากในปัจจุบันและถือว่าเป็นกลุ่มธุรกิจอันดับต้น ๆ ที่มีการขยายตัวเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็ว แต่การขยายกิจการของบริษัทจะต้องเป็นไปตามข้อกำหนดพระราชบัญญัติประกันชีวิตและพระราชบัญญัติประกันวินาศภัย โดยมีคณะกรรมการกำกับและส่งเสริมการประกอบธุรกิจประกันภัย (คปภ) เป็นหน่วยงานหลักที่คอยกำกับและดูแลธุรกิจการประกันภัยในประเทศไทยเพื่อให้เกิดความเป็นธรรมระหว่างผู้เอาประกันภัยกับผู้รับประกันภัย (บริษัทประกันภัย) และเพื่อให้เกิดความเข้าใจที่ตรงกันบริษัทประกันภัยที่จะกล่าวถึงต่อไปนี้จะมุ่งไปที่บริษัทประกันวินาศภัย

การประกันภัย คือ การถ่ายโอนความเสี่ยงระหว่างผู้เอาประกันภัยและผู้รับประกันภัยภายใต้ข้อตกลงหรือสัญญา ผู้เอาประกันภัยจะได้รับการ

คุ้มครองตามสัญญา ขณะเดียวกัน ผู้รับประกันภัยก็จะได้เบี่ยงประกันภัยเป็นการตอบแทน เมื่อมีเหตุการณ์เกิดขึ้นภายใต้ข้อตกลง ผู้รับประกันภัยต้องจ่ายเงินเพื่อการซ่อมแซมหรือการรักษาหรืออื่น ๆ ให้แก่ผู้เอาประกันภัย โดยจะเรียกค่าใช้จ่ายนี้ว่า ค่าสินไหมทดแทนและถือว่าเป็นความเสี่ยงของบริษัทประกันภัยนั่นเอง โดยปกติแล้วค่าสินไหมทดแทนของเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นที่บริษัทประกันภัยต้องจ่ายให้แก่ผู้เอาประกันภัยจะมากกว่าเบี้ยประกันภัยที่ได้รับจากผู้เอาประกันภัยอยู่แล้ว ดังนั้น บริษัทประกันภัยจะต้องมีเงินกองทุนจำนวนหนึ่งสำรองไว้สำหรับเหตุการณ์ดังกล่าว ตามที่กำหนดในพระราชบัญญัติประกันวินาศภัย ดังรายละเอียดต่อไปนี้

**พระราชบัญญัติประกันวินาศภัย (ฉบับที่ 2) พ.ศ. 2551 หมวด 1/1 การดำรงเงินกองทุนและสินทรัพย์สภาพคล่อง มาตรา 27** ให้คณะกรรมการมีอำนาจประกาศกำหนดประเภทและชนิดของเงินกองทุนรวมทั้งหลักเกณฑ์ วิธีการและเงื่อนไขในการคำนวณเงินกองทุนของบริษัท

บริษัทต้องดำรงไว้ซึ่งเงินกองทุนตลอดเวลาที่ประกอบธุรกิจประกันวินาศภัยเป็นอัตราส่วนกับสินทรัพย์ หนี้สิน ภาระผูกพัน หรือความเสี่ยงตามอัตราที่คณะกรรมการประกาศกำหนด

การกำหนดอัตราการดำรงเงินกองทุนตามวรรคสอง คณะกรรมการประกาศจะกำหนดตามขนาดหรือประเภทสินทรัพย์ หนี้สิน ภาระผูกพัน หรือความเสี่ยงรวมทุกประเภทหรือแต่ละประเภทก็ได้

ห้ามบริษัทนำเงินกองทุนไปใช้ก่อภาระผูกพันทั้งนี้ ตามหลักเกณฑ์ วิธีการ และเงื่อนไขที่คณะกรรมการประกาศกำหนด

**หมายเหตุ** คณะกรรมการ\* คือ คณะกรรมการกำกับและส่งเสริมการประกอบธุรกิจประกันภัย (คปภ.)

จากพระราชบัญญัติประกันวินาศภัย 2551 ข้างต้น คปภ. จึงได้วางกรอบการกำกับเงินกองทุนแนวใหม่ซึ่งจะเรียกว่า **กรอบการกำกับเงินทุนตามระดับความเสี่ยง** (Risk-based Capital Framework หรือ RBC Framework) โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อให้บริษัทประกันภัยมีเงินกองทุนที่เพียงพอในกรณีที่เกิดความเสียหายขึ้น

จากประกาศของ คปภ. เรื่องกำหนดประเภทและชนิดของเงินกองทุน รวมทั้งหลักเกณฑ์วิธีการและเงื่อนไขการคำนวณเงินกองทุนของบริษัทประกันวินาศภัย พ.ศ. 2554 ข้อ 5(1) บริษัทต้องดำรงเงินกองทุนสำหรับความเสี่ยงดังต่อไปนี้ ก) ด้านการประกันภัย ข) ด้านการตลาด ค) ด้านเครดิต และ ง) ด้านการกระจุกตัว ซึ่งความเสี่ยงด้านการกระจุกตัวเป็นความเสี่ยงที่เกิดจากการลงทุนในตลาดตราสารหนี้ที่ออกโดยผู้ออกตราสารรายใดรายหนึ่งมากเกินไป หรือการลงทุนในสินทรัพย์ที่เป็นสกุลเงิน

ตราต่างประเทศมากเกินไป เป็นความเสี่ยงที่มีความเกี่ยวข้องกับ ก)-ค)

• **การคำนวณเงินกองทุนสำหรับความเสี่ยงจากภาระผูกพันตามสัญญาประกันภัยวินาศภัย**

จากประกาศของ คปภ. เรื่อง กำหนดประเภทและชนิดของเงินกองทุน รวมทั้งหลักเกณฑ์วิธีการและเงื่อนไขการคำนวณเงินกองทุนของบริษัทประกันวินาศภัย พ.ศ. 2554 ตามเอกสารแนบ 1 ข้อ 2 ได้กล่าวว่า **เงินกองทุนสำหรับความเสี่ยงด้านการประกันภัย เท่ากับ ผลรวมของเงินกองทุนสำหรับความเสี่ยงจากภาระผูกพันตามสัญญาประกันวินาศภัยและเงินกองทุนสำหรับความเสี่ยงจากภาระผูกพันตามสัญญาประกันภัยระยะยาว** บทความนี้นำเสนอการคำนวณเงินกองทุนสำหรับความเสี่ยงจากภาระผูกพันตามสัญญาประกันภัยวินาศภัย โดยใช้ความน่าจะเป็นล้มละลาย (Ruin Probability) ซึ่งเป็นวิธีคำนวณเงินสำรองประกันภัยแบบเบี่ยประกันภัยรวม (Gross Premium Valuation)

การคำนวณความเสี่ยงทางด้านการประกันภัยเริ่มมีการพัฒนาทฤษฎีความเสี่ยงอย่างจริงจัง ในช่วงต้นปี ค.ศ. 1903 โดยนักคณิตศาสตร์ประกันภัยชาวสวีเดนชื่อ Filip Lundberg ได้นำเสนอหลักการของทฤษฎีความเสี่ยงสมัยใหม่ (Modern Risk Theory) มาสร้างแบบจำลองการประกันวินาศภัยซึ่งได้เสนอสมการเวลาของการใช้สิทธิเรียกร้อง (Claim Arrival Time) หรือเรียกสั้น ๆ ว่า **เวลาของเคลม** และขนาดของการใช้สิทธิเรียกร้อง (Claim Size) หรือเรียกสั้น ๆ ว่า **ขนาดของเคลม** เพื่อนำไปคำนวณเบี่ยประกันภัย (Premium) โดยได้แนะนำสมการอย่างง่ายเพื่อที่จะอธิบายการเคลื่อนไหวของเวลาของเคลมและขนาดของเคลมสำหรับการประกันวินาศภัยเฉพาะราย ในการประกันภัยหลายประเภท

เช่น การประกันภัยรถยนต์ การประกันภัยเกี่ยวกับการโจรกรรม การประกันภัยเกี่ยวกับน้ำท่วม เป็นต้น สมการนี้สร้างภายใต้สมมติฐาน 3 ข้อ คือ

1) กำหนดให้  $T_i, i = 0, 1, 2$  แทนเวลาของเคลม (Claim Arrival Time) โดยที่  $0 = T_0 \leq T_1 \leq T_2 \leq \dots$  โดยเรียกลำดับของเวลาที่จะเกิดเคลม  $\{T_i\}_{i \geq 0}$  ว่า กระบวนการเวลาของเคลม (Claim arrival time process)

2) กำหนดให้  $Y_i$  แทนขนาดของเคลม (Claim Size) ณ เวลา  $T_i$  ซึ่งขนาดของเคลมมีความเป็นอิสระต่อกันและมีการแจกแจงเดียวกัน (Independent and Identically Distributed) โดยเรียกลำดับของขนาดของเคลม  $\{Y_i\}_{i \geq 0}$  ว่ากระบวนการขนาดของเคลม (Claim Size Process)

3) กำหนดให้กระบวนการเวลาของเคลม  $\{T_i\}_{i \geq 0}$  และกระบวนการขนาดของเคลม  $\{Y_i\}_{i \geq 0}$  เป็นอิสระต่อกัน

นอกจากสมมติฐานทั้ง 3 ข้อข้างต้นแล้ว ยังได้มีการนิยามจำนวนของเคลม (Number of Claims) ในช่วงเวลา  $[0, t]$  ดังนี้

$$N(t) = \max\{i \geq 1, T_i \leq t\} \quad (1)$$

โดยเรียก  $\{N(t)\}_{t \geq 0}$  ว่า กระบวนการของจำนวนเคลม (Claim Number Process)

ขนาดของเคลม (Total Claim Amount) ในช่วงเวลา  $[0, t]$  นิยามดังนี้

$$S(t) = \sum_{i=1}^{N(t)} Y_i, t \geq 0 \quad (2)$$

ต่อมาในช่วงกลางปี ค.ศ. 1930 Harald Cramér นักสถิติและความน่าจะเป็น ชาวสวีเดน ได้พัฒนาสมการที่ (2) โดยกำหนดให้  $\{N(t)\}_{t \geq 0}$  เป็น

กระบวนการปัวซอง (Poisson Process) และถ้า  $\{N(t)\}_{t \geq 0}$  เป็นกระบวนการปัวซองเอกพันธ์ (Homogeneous Poisson Process) แล้ว สมการที่ (2) จะถูกเรียกว่า สมการ Cramér-Lundberg (Cramér-Lundberg Model)

นอกจากนี้ Harald Cramér ได้นิยามส่วนเกิน (Surplus) การประกันภัยที่เกิดจากเงินทุนเริ่มต้น (Initial Capital) รวมกับเบี้ยประกันภัย (Premium) ลบด้วย ขนาดของเคลมรวม ดังนี้

$$X(t) = x + c_0 t - S(t) = x + c_0 t - \sum_{i=1}^{N(t)} Y_i \quad (3)$$

เมื่อ  $x \geq 0$  คือ เงินทุนเริ่มต้น (Initial Capital) และ  $c_0 \geq 0$  คือ อัตราเบี้ยประกันภัย (Premium Rate) ซึ่งเป็นเงินที่ผู้เอาประกันภัยจะต้องจ่ายให้แก่ผู้รับประกันภัย โดยอาจจะคิดในลักษณะรายชั่วโมง รายวัน รายเดือน รายปีหรืออื่นๆ ตามที่บริษัทประกันภัยเห็นสมควร และสามารถคำนวณได้จากสูตร  $c_0 = (1 + \theta_0)E[Y]$  เมื่อ  $0 < \theta_0 < 1$  เป็น Safety Loading สำหรับการคำนวณอัตราเบี้ยประกันภัย และ  $E[Y]$  แทนค่าคาดหวังของขนาดของเคลม นอกจากนี้ เราจะเรียกลำดับของส่วนเกิน  $\{X(t)\}_{t \geq 0}$  ว่ากระบวนการความเสี่ยง (Risk Process) หรือกระบวนการส่วนเกิน (Surplus Process)

จากสมการที่ (3) กระบวนการส่วนเกิน ณ เวลา  $n$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) มีสมการดังนี้

$$X_n = x + c_0 T_n - S_n = x + c_0 T_n - \sum_{i=1}^n Y_i \quad (4)$$

กำหนดให้  $Z_n = T_n - T_{n-1}$  แทน ช่วงเวลาของเคลม (Inter-arrival Time) ดังนั้น สมการที่ (4) สามารถปรับปรุงใหม่โดยให้กระบวนการส่วนเกิน

$\{X_n\}_{n \geq 1}$  ขึ้นอยู่กับ กระบวนการของช่วงเวลาของเคลม (Inter-arrival Time Process)  $\{Z_n\}_{n \geq 1}$  และ กระบวนการขนาดของเคลม  $\{Y_n\}_{n \geq 1}$  ได้ดังนี้

$$X_n = x + c_0 T_n - \sum_{i=1}^n Y_i = x + c_0 \sum_{i=1}^n Z_i - \sum_{i=1}^n Y_i \quad (5)$$

จากสมการที่ (3)-(5) และจากประกาศของ คปภ เรื่อง กำหนดประเภทและชนิดของเงินกองทุน รวมทั้งหลักเกณฑ์วิธีการและเงื่อนไขการคำนวณเงินกองทุนของบริษัทประกันวินาศภัย พ.ศ. 2554 ตาม เอกสารแนบ 1 ข้อ 1 และข้อ 2 ถ้าเรากำหนดให้ เงินกองทุนสำหรับความเสี่ยงจากภาระผูกพันตามสัญญาประกันวินาศภัยมีวัตถุประสงค์เพื่อรองรับ ความเสี่ยงจากการประเมินสำรองประกันภัยต่ำเกินไป (ในที่นี้ก็คือการกำหนดเบี้ยประกันภัยต่ำเกินไป) ซึ่งอาจไม่เพียงพอกับความเสียหายที่เกิดขึ้นจริง และ/หรือในกรณีที่มีประสิทธิผลค่าสินไหมทดแทนสูงกว่าจำนวนเงินสำรองที่บริษัทประเมินไว้แล้ว เราสามารถมองได้ว่าเงินกองทุนสำหรับความเสี่ยงจากภาระผูกพันตามสัญญาประกันวินาศภัยก็คือ เงินทุนเริ่มต้น  $x$  ซึ่งตามพระราชบัญญัติประกันวินาศภัย (ฉบับที่ 2) พ.ศ.2551 หมวด 1/1 การดำรงเงินกองทุนและสินทรัพย์สภาพคล่อง มาตรา 27 (ดั่งข้างต้น) จะเห็นได้ว่า เงินทุนเริ่มต้น  $x$  เป็นเงินกองทุนที่ไม่สามารถนำไปใช้ในการลงทุนที่มีความเสี่ยงทุกรูปแบบ นอกจากนี้ ในมาตรา 27/2 ของพระราชบัญญัติประกันวินาศภัยดังกล่าว ได้กำหนดให้เงินกองทุนอยู่ในรูปเงินสด เงินฝากธนาคาร พันธบัตรรัฐบาล หรือทรัพย์สินอื่น ๆ ตามที่ คปภ กำหนด

จากสมการที่ (5) ถ้า  $X_n < 0$  หมายความว่า

บริษัทประกันภัยมีเงินกองทุนสำหรับความเสี่ยงด้านประกันภัยจากภาระผูกพันตามสัญญาประกันวินาศภัยไม่เพียงพอที่จะจ่ายค่าสินไหมทดแทนให้แก่ผู้เอาประกันภัยหรืออีกนัยหนึ่งคือบริษัทเกิดการขาดสภาพคล่องนั่นเอง ซึ่งจะถือว่าบริษัทประกันภัยมีความเสี่ยงในระดับต่ำมากและไม่สามารถที่จะปฏิบัติตามสัญญาที่ให้ไว้กับผู้เอาประกันภัยได้ ในกรณีเช่นนี้อาจจะต้องถูกให้หยุดกิจการหรือถูกควบคุมกิจการ โดย คปภ

โอกาสหรือความน่าจะเป็นของการขาดสภาพคล่องในธุรกิจประกันภัย สามารถคำนวณได้จาก

$$\Phi_n(x) = P(X_n < 0 \text{ for some } n > 0 | X_0 = x) \quad (6)$$

โดยเราจะเรียก  $\Phi_n(x)$  ว่า ความน่าจะเป็นล้มละลาย (Ruin Probability)

ปัญหาเงินกองทุน เป็นปัญหาที่บริษัทประกันภัยของประเทศไทยกำลังเผชิญอยู่ในปัจจุบัน การคำนวณเงินกองทุนมีความยุ่งยากและซับซ้อน แต่เป็นสิ่งที่ได้รับความสนใจอย่างมากจากนักคณิตศาสตร์ประกันภัยและเป็นสิ่งจำเป็นสำหรับบริษัทประกันภัยการมีเงินกองทุนมากจนเกินไปอาจทำให้มีความน่าจะเป็นล้มละลายน้อย (เมื่อ  $x$  มีค่ามากๆ จะทำให้ค่าของ  $\Phi_n(x)$  เข้าใกล้ 0 หรือมีค่าน้อย) และแสดงให้เห็นว่าบริษัทประกันภัยมีความมั่นคงสูงก็จริง แต่ในทางตรงกันข้าม ทำให้บริษัทประกันภัยไม่สามารถนำเงินดังกล่าวไปลงทุนในตลาดหุ้น อสังหาริมทรัพย์ และอื่น ๆ ได้ ซึ่งการลงทุนดังกล่าวสามารถทำกำไรให้บริษัทได้เป็นกอบเป็นกำ ดังนั้นการมีเงินกองทุนที่พอดีตามข้อกำหนดของ คปภ จึงเป็นสิ่งจำเป็น

**บทนิยาม** กำหนดให้  $\alpha \in (0,1)$  คือ ระดับความน่าจะเป็นของการขาดสภาพคล่องในธุรกิจประกันภัยที่เรายอมรับ ถ้า  $\Phi_n(x) \leq \alpha$  แล้วเราจะเรียก  $x$  ว่า **เงินกองทุนเริ่มต้นที่ยอมรับได้** (An Acceptable Initial Capital) และถ้า  $x^* = \min_{x \geq 0} \{x : \Phi_n(x) \leq \alpha\}$  แล้วเราจะเรียก  $x^*$  ว่า **เงินกองทุนเริ่มต้นน้อยที่สุด** (The Minimum Initial Capital)

จากสมการที่ (5) เราพิจารณาภายใต้สถานการณ์ที่ว่าบริษัทประกันภัยจะต้องมีเงินกองทุนสำหรับความเสี่ยงจากภาระผูกพันตามสัญญาประกันวินาศภัยอย่างเพียงพอตามข้อกำหนดของ คปภ. เพื่อรับประกันว่า เมื่อมีเหตุการณ์เกิดขึ้นภายใต้ข้อตกลงบริษัทประกันภัยมีเงินเพียงพอที่จะจ่ายค่าสินไหมทดแทน โดยเงินกองทุนดังกล่าวอาจอยู่ในรูปแบบของเงินสดที่ฝากไว้กับธนาคารหรือพันธบัตรรัฐบาลหรือทรัพย์สินอื่นๆ ตามที่ คปภ. กำหนด ซึ่งพร้อมจะแปรสภาพเป็นเงินสดได้ตลอดเวลา

ในบทความนี้ เรากำหนดให้  $T_n = n$  ทุก  $n = 1,2,3,\dots$  ซึ่งในที่นี้หมายถึงเคลมสามารถเกิดขึ้นได้ทุกวันหรือทุกช่วงเวลา ดังนั้น เราจะได้ว่า  $Z_i = T_i - T_{i-1} = i - (i-1) = 1$  ทุก  $i = 1,2,3,\dots$  และสามารถสร้างสมการส่วนเกิน (5) ได้ในรูปดังต่อไปนี้

$$X_n = x + c_0 n - \sum_{i=1}^n Y_i \quad (7)$$

โดยที่  $\{Y_i\}_{i \geq 1}$  เป็นอิสระต่อกันและมีการแจกแจงเดียวกัน

จากสมการที่ (7) เราสามารถเขียนความน่าจะเป็นล้มละลายในอีกรูปแบบหนึ่งคือ

$$\begin{aligned} \Phi_n(x) &= P\left(\max_{1 \leq k \leq n} \left(\sum_{i=1}^k [Y_i - c_0] > x\right)\right) \\ &= \Phi_1(x) + \int_{\{y: 0 \leq y \leq x + c_0\}} \Phi_{n-1}(x + c_0 - y) dF_{Y_1}(y) \end{aligned} \quad (8)$$

เมื่อ  $\Phi_0(x) = 0$  และ  $P_{Y_1}(y) = P(Y_1 < y)$

จากสมการที่ (8) ถ้าเราสมมติให้  $\{Y_i\}_{i \geq 1}$  เป็นกระบวนการขนาดของเคลมที่มีการแจกแจงแบบเอ็กซ์โพเนนเชียลและมีพารามิเตอร์  $\lambda > 0$  (Exponential Distribution with Parameter  $\lambda > 0$ ) มีความเป็นอิสระต่อกันและมีการแจกแจงเดียวกัน ดังนั้น ฟังก์ชันความหนาแน่นของขนาดของเคลม คือ

$$f(y) = \lambda e^{-\lambda y}$$

จะได้รูปแบบเวียนเกิด (Recursive Form) ของ  $\Phi_n(x)$  ดังสมการที่ (9) และนำสมการที่ (9) ไปหาเงินกองทุนเริ่มต้นน้อยที่สุด

$$\begin{aligned} \Phi_0(x) &= 0, \Phi_n(x) = \Phi_{n-1}(x) + \\ &\frac{[\lambda(x + nc_0)]^{n-1}}{(n-1)!} e^{-\lambda[x+nc_0]} \frac{x + c_0}{x + nc_0} \end{aligned} \quad (9)$$

ในที่นี้ ถ้าสมมติว่ากระบวนการขนาดของเคลมมีพารามิเตอร์  $\lambda = 1$  และกำหนดระดับความน่าจะเป็นของการขาดสภาพคล่องในธุรกิจประกันภัยที่ยอมรับ  $\alpha = 0.05, 0.1$  และเลือก Safety Loading 2 แบบ คือ  $\theta_0 = 0.15, \theta_0 = 0.2$  ต่อจากนั้นใช้คอมพิวเตอร์ช่วยในการคำนวณหาค่า  $x$  ที่สอดคล้องกับบทนิยามหรือที่ทำให้  $\Phi_n(x) \leq 0.05$  และ  $\Phi_n(x) \leq 0.1$  ตามลำดับ หลังจากนั้นเลือก  $x^*$  ตามบทนิยามและได้ผลลัพธ์ดังตารางที่ 1



ตารางที่ 1 เงินกองทุนเริ่มต้นน้อยที่สุด

n	$\alpha = 0.05$						$\alpha = 0.1$					
	$\theta_0 = 0.15, c_0 = 1.15$			$\theta_0 = 0.2, c_0 = 1.2$			$\theta_0 = 0.15, c_0 = 1.15$			$\theta_0 = 0.2, c_0 = 1.2$		
	$x^*$	$nc_0$	$nE[Y]$	$x^*$	$nc_0$	$nE[Y]$	$x^*$	$nc_0$	$nE[Y]$	$x^*$	$nc_0$	$nE[Y]$
10	5.2980	11.5	10	4.9613	12	10	3.9932	11.5	10	3.6856	12	10
20	6.8182	23	20	6.1919	24	20	5.1905	23	20	4.6320	24	20
30	7.7555	34.5	30	6.8744	36	30	5.9077	34.5	30	5.1364	36	30
40	8.4086	46	40	7.3046	48	40	6.3956	46	40	5.4444	48	40
50	8.8909	57.5	50	7.5927	60	50	6.7484	57.5	50	5.6452	60	50
100	10.1111	115	100	8.1695	120	100	7.6034	115	100	6.0288	120	100
200	10.6413	230	200	8.3196	240	200	7.9502	230	200	6.1222	240	200
300	10.8692	345	300	8.8912	360	300	8.2321	345	300	6.4560	360	300

จากตารางที่ 1 เราสังเกตได้ว่าที่ระดับ Safety Loading เดียวกัน เมื่อสามารถยอมรับความเสี่ยงได้มากก็ไม่จำเป็นที่จะต้องการเงินกองทุนเริ่มต้นมากตามไปด้วย แต่ในขณะเดียวกัน ถ้าต้องการความเสี่ยงที่ต่ำจำเป็นจะต้องการเงินกองทุนเริ่มต้นมาก เช่นในกรณีที่  $n = 50$  เราได้ว่า  $x^* = 8.8909$  เมื่อยอมรับความเสี่ยงได้ไม่เกิน 5% แต่เมื่อยอมรับความเสี่ยงได้มากขึ้นแต่ไม่เกิน 10% เราได้ว่า  $x^* = 6.7484$  นอกจากนี้จากตารางที่ 1 ที่ระดับความเสี่ยงได้ไม่เกิน 5% จะเห็นได้ว่า เมื่อมีระยะเวลาในการคุ้มครองผู้เอาประกันภัย  $n = 300$  เราต้องใช้เงินกองทุนเริ่มต้น  $x^* = 10.8692$  แต่เมื่อระยะเวลาในการคุ้มครองผู้เอาประกันภัยลดลง  $n = 100$  เราใช้เงินกองทุนเพียง  $x^* = 10.1111$  ซึ่งจะเห็นได้ว่าจำนวนเงินกองทุนขึ้นอยู่กับระยะเวลาในการคุ้มครองผู้เอาประกันภัย

เนื่องจากการเกิดอุบัติเหตุหรือเกิดเหตุการณ์ต่าง ๆ ในแต่ละครั้ง ไม่สามารถคาดคะเนขนาดของเคลมได้อย่างแม่นยำ ดังนั้น บริษัทประกันภัยมีการป้องกันความเสี่ยงที่จะเกิดจากเคลมขนาดใหญ่

ซึ่งเกินกำลังความรับผิดชอบ ด้วยการถ่ายเทหรือแบ่งความรับผิดชอบไปยังบริษัทรับประกันต่อ จึงเรียกการป้องกันความเสี่ยงที่เกิดจากเคลมของบริษัทประกันภัยในลักษณะนี้ว่า การทำประกันภัยต่อ (Reinsurance) ดังนั้น สามารถปรับปรุงสมการที่ (7) ได้ดังนี้

$$X_n = x + \sum_{i=1}^n c(b_{i-1}) - \sum_{i=1}^n h(b_{i-1}, Y_i) \quad (10)$$

โดยที่  $b_i$  แทน ระดับความรับผิดชอบ  $b$  ณ จุดเริ่มต้นของช่วงเวลา  $[T_i, T_{i+1}]$

$$Lh(b, Y) = \begin{cases} \min\{b, Y\}, & 0 \leq b < \infty \text{ (An excess of loss reinsurance)} \\ bY, & 0 \leq b \leq 1 \text{ (A proportional reinsurance)} \end{cases}$$

$$Lc(b) = c_0 - (1 + \theta_1)E[Y - h(b, Y)] \text{ และ } 0 < c(b) \leq c_0$$

$0 < \theta_1 < 1$  คือ Safety Loading สำหรับการคำนวณอัตราเบี้ยประกันภัยในกรณีมีการทำประกันภัยต่อ

จากสมการที่ (10) เราจะพิจารณาในกรณี  $b_0 = b_1 = b_2 = \dots$  และสามารถเขียนความน่าจะเป็นล้มละลายในอีกรูปแบบหนึ่ง ก็คือ

$$\begin{aligned} \Phi_n(x) &= P\left(\max_{1 \leq k \leq n} \left(\sum_{i=1}^k [h(b_0, Y_i) - c(b_0)]\right) > x\right) \\ &= \Phi_1(x) + \int_{\{y: 0 \leq h(b_0, y) \leq x + c(b_0)\}} \Phi_{n-1}(x + c(b_0) - h(b_0, y)) dF_{Y_1}(y) \end{aligned}$$

เมื่อ  $\Phi_0(x) = 0$  และ  $F_{Y_1}(y) = P(Y_1 \leq y)$  (11)

จากสมการที่ (11) ยังคงสมมติให้  $\{Y_i\}_{i \geq 1}$  เป็นกระบวนการขนาดของเคลมที่มีการแจกแจงแบบเอ็กโพเนนเชียลและมีพารามิเตอร์  $\lambda > 0$  มีความเป็นอิสระต่อกันและมีการแจกแจงเดียวกัน

จะได้รูปแบบเวียนเกิดของ  $\Phi_n(x)$  และตารางเงินทุนเริ่มต้นน้อยที่สุดดังต่อไปนี้

**กรณีที่ 1.** บริษัทประกันภัยมีการทำประกันภัยต่อแบบ Excess of Loss จะได้ว่า

$$\begin{aligned} \Phi_0(x) = 0, \Phi_n(x) &= \Phi_{n-1}(x) + \frac{[\lambda(x + nc(b_0))]^{n-1}}{(n-1)!} \\ &e^{-\lambda[x + nc(b_0)]} \frac{x + c(b_0)}{x + nc(b_0)} \end{aligned} \quad (12)$$

เมื่อ  $b_0 \geq x + c(b_0)$

ในกรณีนี้ ยังคงสมมติว่ากระบวนการขนาดของเคลมมีพารามิเตอร์  $\lambda > 1$  และระดับความรับผิดชอบ  $b_0 = b_1 = \dots = 100$  นอกจากนี้ ยังคงกำหนดระดับความน่าจะเป็นของการขาดสภาพคล่องในธุรกิจประกันภัยที่เรายอมรับ  $\alpha = 0.05, 0.1$  และเลือก Safety Loading 2 แบบ  $\theta_0 = \theta_1 = 0.1, \theta_0 = \theta_1 = 0.25$  ต่อจากนั้นใช้คอมพิวเตอร์ช่วยในการคำนวณหาค่า  $x$  ที่สอดคล้องกับบทนิยามหรือที่ทำให้  $\Phi_n(x) \leq 0.05$  และ  $\Phi_n(x) \leq 0.1$  ตามลำดับ หลังจากนั้นเลือก  $x^*$  ตามบทนิยามและได้ผลลัพธ์ดังตารางที่ 2

**ตารางที่ 2** เงินทุนเริ่มต้นน้อยที่สุด กรณีมีการทำประกันภัยต่อแบบ Excess of loss

n	$\alpha = 0.05$						$\alpha = 0.1$					
	$\theta_0 = \theta_1 = 0.1$ $c(b_0) = 1.1$			$\theta_0 = \theta_1 = 0.25$ $c(b_0) = 1.25$			$\theta_0 = \theta_1 = 0.1$ $c(b_0) = 1.1$			$\theta_0 = \theta_1 = 0.25$ $c(b_0) = 1.25$		
	$x^*$	$nc(b_0)$	$nE[Y]$	$x^*$	$nc(b_0)$	$nE[Y]$	$x^*$	$nc(b_0)$	$nE[Y]$	$x^*$	$nc(b_0)$	$nE[Y]$
10	5.6515	11	10	4.6424	12.5	10	4.3198	11	10	3.3973	12.5	10
20	7.4972	22	20	5.6213	25	20	5.8076	22	20	4.1327	25	20
30	8.7396	33	30	6.1009	37.5	30	6.7911	33	30	4.4756	37.5	30
40	9.6779	44	40	6.3692	50	40	7.5229	44	40	4.6605	50	40
50	10.4264	55	50	6.5291	62.5	50	8.0989	55	50	4.7675	62.5	50
100	12.7273	110	100	6.7773	125	100	9.8169	110	100	4.9265	125	100
200	14.2443	220	200	6.8135	250	200	10.8909	220	200	4.9484	250	200
300	14.6122	330	300	7.0192	375	300	11.3491	330	300	5.3473	375	300



จากตารางที่ 2 เราสังเกตได้เช่นเดียวกับตาราง  
ที่ 1

**กรณีที่ 2.** บริษัทประกันภัยมีการทำประกันภัย  
ต่อแบบ Proportional จะได้ว่า

$$\Phi_0(x) = 0, \Phi_n(x) = \Phi_{n-1}(x) + \frac{\left[\frac{\lambda}{b_0}(x + nc(b_0))\right]^{n-1}}{(n-1)!} e^{-\frac{\lambda}{b_0}[x+nc(b_0)]} \frac{x + c(b_0)}{x + nc(b_0)} \quad (13)$$

ในกรณีที่ 2 นี้ ยังคงสมมติเช่นเดียวกับกรณีที่ 1 ยกเว้นระดับความรับผิดชอบ  $b_0 = b_1 = \dots = 0.6$   
และได้  $x^*$  ดังตารางที่ 3

**ตารางที่ 3** เงินกองทุนเริ่มต้นน้อยที่สุด กรณีมีการทำประกันภัยต่อแบบ Proportional

n	$\alpha = 0.05$						$\alpha = 0.1$					
	$\theta_0 = \theta_1 = 0.1$			$\theta_0 = \theta_1 = 0.25$			$\theta_0 = \theta_1 = 0.1$			$\theta_0 = \theta_1 = 0.25$		
	$c(b_0) = 0.66$			$c(b_0) = 0.75$			$c(b_0) = 0.66$			$c(b_0) = 0.75$		
	$x^*$	$nc(b_0)$	$nE[Y]$	$x^*$	$nc(b_0)$	$nE[Y]$	$x^*$	$nc(b_0)$	$nE[Y]$	$x^*$	$nc(b_0)$	$nE[Y]$
10	3.3909	6.6	6	2.7854	7.5	6	2.5919	6.6	6	2.0384	7.5	6
20	4.4983	13.2	12	3.3728	15	12	3.4846	13.2	12	2.4796	15	12
30	5.2438	19.8	18	3.6605	22.5	18	4.0747	19.8	18	2.6854	22.5	18
40	5.8067	26.4	24	3.8215	30	24	4.5137	26.4	24	2.7963	30	24
50	6.2558	33	30	3.9175	37.5	30	4.8593	33	30	2.8605	37.5	30
100	7.6364	66	60	4.0664	75	60	5.8902	66	60	2.9559	75	60
200	8.5466	132	120	4.0881	150	120	6.5345	132	120	2.9690	150	120
300	8.8025	198	180	4.4562	225	180	6.9012	198	180	3.2310	225	180

## สรุป

บทความนี้ได้กล่าวถึง การคำนวณเงินกองทุน  
สำหรับความเสี่ยงด้านการประกันภัยจากภาวะผูกพัน  
ตามสัญญาประกันภัยในธุรกิจการประกันวินาศภัย  
โดยใช้ความน่าจะเป็นล้มละลาย (Ruin Probability)  
ซึ่งเป็นวิธีหนึ่งที่ได้รับการกล่าวถึงในงานวิจัยของ  
นักวิจัยด้านคณิตศาสตร์การเงิน เช่น Schal (2004),  
Chan และ Zhang (2007) เป็นต้น อย่างไรก็ตาม  
ได้นิยามโอกาสหรือความน่าจะเป็นของการขาด  
สภาพคล่องในธุรกิจประกันภัยวินาศภัย และเมื่อ  
ทราบฟังก์ชันความหนาแน่นของเคลมสามารถหา

รูปแบบเวียนเกิดของความน่าจะเป็นของการขาด  
สภาพคล่อง รวมทั้งนำรูปแบบเวียนเกิดดังกล่าวไป  
หาเงินกองทุนเริ่มต้นน้อยที่สุดสำหรับความเสี่ยงด้าน  
การประกันภัยจากภาวะผูกพันตามสัญญาประกันภัย  
ในธุรกิจการประกันวินาศภัย และจากตารางเงิน  
กองทุนเริ่มต้นน้อยที่สุด สามารถสรุปได้ ดังนี้

1) ที่ระดับความน่าจะเป็นของการขาดสภาพ  
คล่องในธุรกิจประกันภัย ( $\alpha$ ) เดียวกัน และ Safety  
Loading ( $\theta$ ) เดียวกัน พบว่า เมื่อระยะเวลา  
ในการคุ้มครองผู้เอาประกันภัย ( $n$ ) เพิ่มขึ้น บริษัท  
ประกันวินาศภัยต้องเพิ่มเงินกองทุน ( $x^*$ ) สำหรับ

ความเสี่ยงด้านการประกันภัยจากภาวะผูกพันตามสัญญาประกันภัยในธุรกิจการประกันวินาศภัยตามไปด้วย ซึ่งสอดคล้องกับพระราชบัญญัติประกันวินาศภัย (ฉบับที่ 2) พ.ศ. 2551 หมวด 1/1 การดำรงเงินกองทุนและสินทรัพย์สภาพคล่อง มาตรา 27 ที่ว่าบริษัทต้องดำรงไว้ซึ่งเงินกองทุนตลอดเวลาที่ประกอบธุรกิจประกันวินาศภัยเป็นอัตราส่วนกับสินทรัพย์หนี้สิน ภาวะผูกพัน หรือความเสี่ยง

2) ที่ Safety Loading ( $\theta$ ) เดียวกันและระยะเวลาในการคุ้มครองผู้เอาประกันภัย ( $n$ ) เดียวกัน เราพบว่า เมื่อระดับความน่าจะเป็นของการขาดสภาพคล่องในธุรกิจประกันภัย ( $\alpha$ ) เพิ่มขึ้น บริษัทประกันวินาศภัยสามารถลดเงินกองทุน ( $x^*$ ) สำหรับความเสี่ยงด้านการประกันภัยจากภาวะผูกพันตามสัญญาประกันภัยในธุรกิจการประกันวินาศภัยได้ ซึ่งอาจทำให้บริษัทประกันวินาศภัยมีความมั่นคงต่ำกว่าเดิมแต่ในทางตรงกันข้าม บริษัทประกันวินาศภัยสามารถนำเงินส่วนที่ต้องเพิ่มเข้ากองทุนดังกล่าวไปลงทุนในตลาดหุ้น อสังหาริมทรัพย์ และอื่น ๆ ซึ่งสามารถทำกำไรให้บริษัทได้มากขึ้น

อย่างไรก็ตาม บทความชิ้นนี้เป็นการนำเสนอการคำนวณเงินกองทุนสำหรับความเสี่ยงด้านการประกันภัยเฉพาะเจาะจง กล่าวคือ พิจารณาในกรณีฟังก์ชันความหนาแน่นของขนาดของเคลมเป็นการแจกแจงแบบเอ็กโปเนนเชียลและขนาดของเคลมมีความเป็นอิสระต่อกันและมีการแจกแจงเดียวกันเท่านั้น ซึ่งถือว่าเป็นหนึ่งในหลาย ๆ ชนิดของฟังก์ชันความหนาแน่นของขนาดของเคลม นักศึกษาหรือผู้สนใจ สามารถพิจารณาในกรณีที่ฟังก์ชันความหนาแน่นของขนาดของเคลมเป็นแบบอื่น ๆ หรือนำสมการต่าง ๆ ไปปรับปรุงเพื่อให้เกิดงานวิจัยใหม่ ๆ และสอดคล้องกับกิจกรรมที่บริษัทประกันวินาศภัยดำเนินการอยู่ในปัจจุบันได้

## บรรณานุกรม

- Asmussen, S. 2001. **Ruin Probabilities**. Singapore: World Scientific.
- Chan, W. S., and Zhang, L. 2007. "Direct Derivation of Finite-Time Ruin Probabilities in the Discrete Risk Model with Exponential or Geometric Claims." **North American Actuarial Journal** 10, 4: 269-279.
- Chuarkham, K., Sattayatham, P., and Klongdee, W. 2011. "Controlling for a Discrete-Time Surplus Process in Insurance to Reach a Firm's Desired Target." **Far East Journal of Mathematical Sciences** 50, 2: 197-224.
- Leenawong, Chartchai, and Chairaratwaro, Worrasit. 2012. "Split Genetic Algorithm for the Container Stowage Problem." **University of the Thai Chamber of Commerce Journal** 32, 4: 52-68. (in Thai).
- ฉัฐไชย์ สีนาวงค์ และ วรสิทธิ์ จิระราชาโร. 2555. "ขั้นตอนวิธีทางพันธุกรรมแบบแบ่งสำหรับปัญหาการจัดเรียงตู้คอนเทนเนอร์." **วารสารวิชาการ มหาวิทยาลัยหอการค้าไทย** 32, 4: 52-68.
- Mikosch, T. 2004. **Non-Life Insurance Mathematics: An Introduction with the Poisson Process**. Berlin: Springer-Verlag.
- Poonsuph, Chayanna. 2011. **Computing Premium Rate** [Online]. Available: <http://www.iprbthai.org> (in Thai).

ชัญญา พูลทรัพย์. 2554. การคำนวณอัตราเบี้ย  
ประกันภัย [ออนไลน์]. เข้าถึงจาก: [http://www.  
iprbthai.org](http://www.iprbthai.org)

Schal, M. 2004. "On Discrete-Time Dynamic  
Programming in Insurance: Exponential

Utility and Maximizing the Ruin  
Probability." **Scandinavian Actuarial  
Journal** 3: 189-210.



**Dr. Khanchit Chuarkham** received his Doctor of Philosophy in Applied Mathematics from Suranaree University of Technology (SUT). He is currently working as a lecturer in (applied) mathematics at the Faculty of Commerce and Management, Prince of Songkla University, Trang Campus.